

# 槓桿重複性和複製性- 結合訊號雜訊比和實驗設計以降低變異

◎李麗女 編譯

設計的實驗通常被使用於6 sigma實踐者對品質的追求，但是有時候在實驗設計(DoE)中所收集到的數據並沒有得到充分的利用。例如，當重複性和複製性被做為一個全因子設計或部份因子設計中的一部分時，實踐者時常只有評估反應的平均值而忽略了分析反應的變異數。

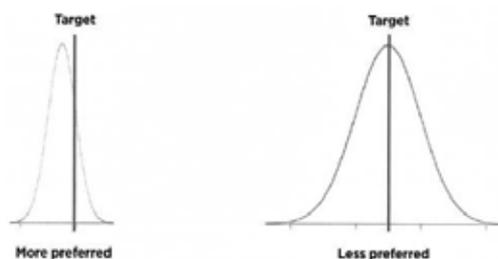
其他時間，實踐者可能嘗試著去評估反應的變異數，但是變異數的模型卻以非線性的模式發生；在那樣的情況下，沒有實施額外的鏈(run)以獲得一個中央合成設計或是其它的反應曲面設計，則變異數模型是沒有用的，而且反應中所包含的資訊將喪失作用。

## 田口訊號雜訊比

很感謝地有一個替代的方法可以同時去評估反應平均值和變異數－可能不需要

使用多個反應最佳化－而是利用由田口玄一所開發的田口訊號雜訊(S/N)比，猶如本文所呈現的，並不是要討論有關田口實驗設計－亦即一般所遭遇到的顯著交絡著大部份之實驗設計，取而代之的是本文著重在以傳統的實驗設計所使用的S/N比，以此S/N比做為實驗設計的反應，並且利用DoE矩陣中的重複性和複製性加以計算之。

S/N比的概念是相當簡單的，即使描述它的用語似乎有些複雜，S/N比大致定義為用在產生預期結果的能量與浪費在意外結果的能量之比。用外行的話來說，最好選擇因變量設定較低而產生的反應略微偏離最優值的因子設定，而不要選擇因變量較高而產生最優值反應的因子設定，此二個假設的情況如圖一中所圖示的，特別是假使規格極限有點嚴格時。



圖一 訊號雜訊(S/N)比的樣本

## 計算S/N比的方法

S/N比可以根據反應的目標各不相同－望目、望小或是望大以計算其數值。

望目的目標是要把特定的值而且是最一般性的方法做為目標，舉一個例子，包括如將一個製造程序以生產一個零配件的特定尺寸達到最佳化的目標、或是一個製

造程序的生產週期時間設定在一個特定的時間範圍內。

望小的目標是要把最小可能的值(例如自然邊界為零)或是無限的負數值、而且是小於一般的名目是最好的以做為目標，舉一個例子，包括如取得零配件之間間隙為零、或是至少儘可能取得最小的間隙。

望大的目標是要把最大可能的值或是無限的正數值、而且是大於一般的名目值是最好的以做為目標，舉一個例子，包括

如增加客戶的滿意度或是增加財務收益。圖二提供了這三個S/N比的方程式。

$$\frac{S}{N} = -10 \log_{10} \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ideal} - x_i)^2 \right] \quad \begin{array}{l} \text{Nominal} \\ \text{response is best} \\ \text{(most common)} \end{array}$$

$$\frac{S}{N} = -10 \log_{10} \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right] \quad \begin{array}{l} \text{Smallest response} \\ \text{is best} \end{array}$$

$$\frac{S}{N} = -10 \log_{10} \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{x_i^2} \right) \right] \quad \begin{array}{l} \text{Largest response} \\ \text{is best} \end{array}$$

$$\frac{S}{N} = -10 \log_{10} \left( \frac{\bar{x}}{s} \right)^2 \quad \begin{array}{l} \text{Alternative nominal} \\ \text{is best} \end{array}$$

圖二 S/N比計算方程式

圖二也展示了望目的另一個替代選項的方程式，雖然這個方程式確定可以做為望目的一個選項但有其限制，最為顯著地為使用替代的方程式需要一個兩步驟的或是多反應最佳化的要求。例如，假設所設定的目標是10個單位，一個DoE鏈結合一個平均反應為100單位且其標準差為1個單位，與以一個DoE鏈結合一個平均反應為10單位且其標準差為0.1個單位，將產生一個完全相同的S/N比。可以確定的是第二個結果是優於第一個的結果，因此使用替代方程式要求同等最佳化的平均數和S/N比。

在一個DoE中計算S/N比

不管計算S/N比所使用的方式為何，DoE的目標是要將S/N比最大化；另外，所有特有的工具已使用於有名的統計套裝軟體中，以最佳化及模式化一個DoE反應也被使用於S/N比—包括主要效應圖、效應和反應最佳化程式的柏拉圖。

按照步驟計算S/N比—特別是當第一次使用它時—避免數學誤差是一個很好的想法，為了說明此一方法，圖三中所製成的表格展示了計算一個中心點的2<sup>3</sup>全因子DoE之S/N比過程，在該例子中，使用望目的S/N比方程式其目標之名目反應為3.5。

Run Number	FACTORS			RESPONSE REPLICATES				
	A	B	C	1	2	3	4	5
1	-1	-1	-1	100	120	140	160	180
2	1	-1	-1	287	276	108	106	239
3	1	1	-1	72	232	281	282	86
4	1	1	1	196	296	109	108	176
5	-1	-1	1	160	120	140	160	180
6	1	-1	1	256	100	188	189	100
7	-1	1	1	370	272	107	108	160
8	1	1	1	196	296	109	108	176
9	0	0	0	406	423	417	434	417

Run	Raw data	Squared differences			Sum of squares	S/N	
10	121	180	140	100	360	4.47	9.5
20	289	276	108	106	1049	3.31	-1.06
30	52	232	281	282	50	9.5	3
40	376	296	109	108	100	10.23	10.24
50	160	120	140	160	180	4.32	-0.30
60	630	100	188	189	100	7.91	8.00
70	1370	272	107	108	160	4.87	-10.0
80	376	296	109	108	176	10.24	10.24
90	1640	1740	1740	1740	1740	1.9	1.9

Original data                      Step 1                      Step 2                      Step 3

圖三 計算S/N比的步驟



針對每一個DoE鏈以執行這三個步驟：

步驟一：每一個個別的重複性和複製性和目標平均值之間的差平方，例如鏈1重複性和複製性1將是 $(3.5-1.13)^2=5.62$ 。

步驟二：計算步驟一中所算出的差平方值之平均數，例如鏈1將是 $(5.62+5.24+3.42+4.33+3.72)/5=4.47$ 。

步驟三：從步驟二中所算出來的平均值取以10為底的log值，結果再乘以-10。例如，對鏈1而言 $-10\log_{10}(4.47)=-6.5$ (假使每個訊號雜訊比的結果是負數數值不要擔心，在分析上所有那些問題是要取得最大的訊號雜訊比，以評估其在自然數線上的位置)。

針對其他兩個S/N比的方程式可以採用一個相類似的方法。

### 何時使用訊號雜訊比以分析DoE的結果

因為該DoE是一個全因子，從S/N比所取得的該DoE結果，即使在以統計的套裝軟體進行分析之前可得出某些初步的結論，例如，最佳的DoE鏈組合是鏈8其S/N比為12.36，而最差的DoE鏈組合是鏈6其S/N比為-8.93。仔細檢查原始資料確認S/N比並加以評估—鏈8有緊密群聚的值較接近預計的平均值3.5，但是鏈6有顯著的變異而且平均反應值遠離預計的平均值3.5。按照S/

N比，第二個最佳的選擇是鏈3，其平均值較接近預計的平均值3.5，但是與鏈8相比有較大的變異。

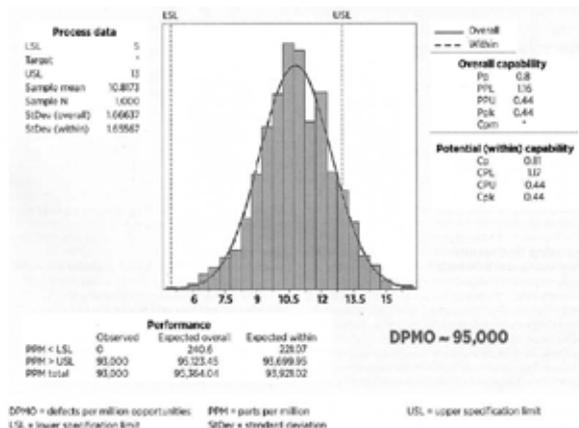
不管如何必須確定完全的S/N比模式是使用傳統的DoE工具，因為優化的S/N比在DoE矩陣中可能無法獲得—特別是在因子設計。

### 產業界的例子

為了說明使用S/N比的能力以連結傳統的因子DoE設計，舉下列的例子以詳細說明在汽車產業界的一個真實的個案研究結果。

### 背景和資料蒐集

在一個製造工廠的望日目標值是9個單位的製程裡，其有一個規格下限是7個單位和一個規格上限是11個單位。圖四顯示基線資料的製程能力，這些資料是收集自該製程在執行DoE設計之數天前所收集到的；結果每百萬個機會的缺失(DPMO, Defect Per Million Opportunity)大約是95,000，表示有改善的空間。很明顯地該製程並未集中在預計的名目平均值，而且製程的變異是比製程的公差還稍微有點寬，導致Cp值和Cpk值都較低。

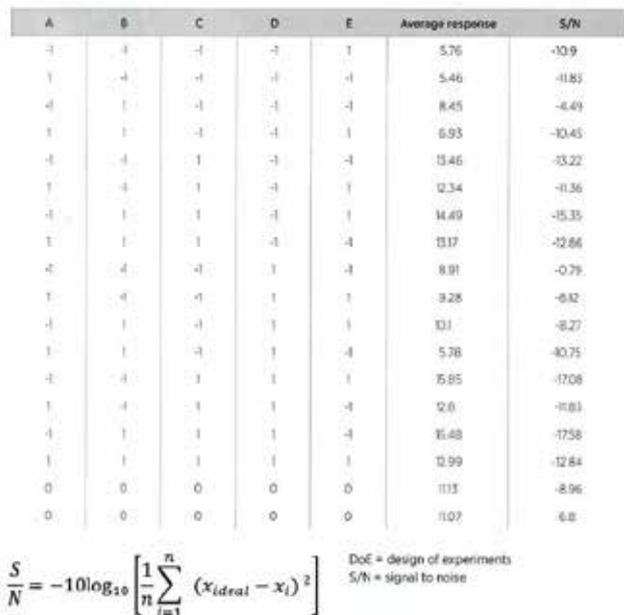


圖四 進行設計實驗前一個汽車製程基線資料的製程能力

6 Sigma小組團隊被指定與該廠的製程工程師合作，以開發一個DoE來調整製程的五個參數值以改善該製程，該活動產生一個 $2^{5-1}$ 的部份因子DoE及兩個中心點（解析度5以及18個鏈組合）；針對每一個鏈組合，團隊製造10個零部件以作為重複性和複製性的組合。在本例子中，重複性和複製性的變異貢獻被視為是相同的（交絡

的），如果渴望的話，是可以分別加以評估的。另外，例如該研究可以展開替換性的DoE分析，包括使用內直交表與外直交表。

DoE的總結結果展示在圖五中－反應平均值與S/N比，團隊使用望目S/N比方程式，因為目的是要達到反應的一個特定的數值(9單位)。



圖五 一半因子DoE的五個因子之彙總結果

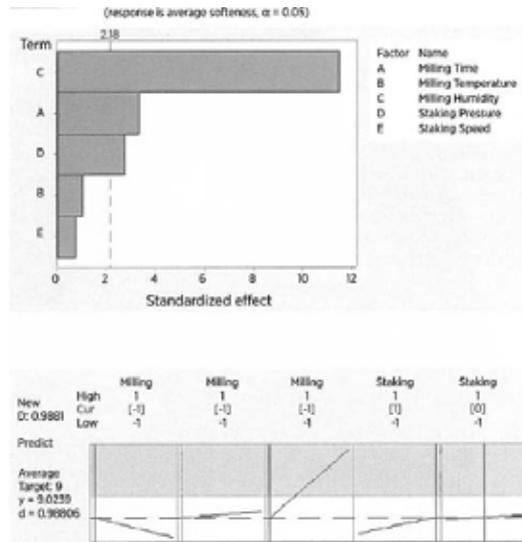
只分析反應的平均值

假使從業人員無法完全發揮重複性和複製性的功效，他或她將無法獲得全部的資訊，但這可以從DoE中逐步地以點點滴滴的方式加以蒐集－亦即假使只考慮反應的平均值而沒有評估反應的變異；然而這樣一個只分析平均值之純均值，其所呈現的為此一例子的一部分。分析反應的平均值，效應的柏拉圖之結果(如圖六上半部的圖形)顯示有三個顯著的主要效應。另外，反應優化程式(圖六下半部的圖形)圖示說明

每個因子的優化設定如圖示，擁有一個預知的反應平均值9.02單位－幾乎就是預計的數值：A=-1、B=-1、C=-1、D=1、E=0。

其後純均值的生產鏈優化之設定產生一個顯著性獲得改善的DPMO值其超越基線，其如線上之圖1(其可以在asq.org/pub/sixsigma網頁找到該文章)製程能力研究所展示的。事實上，DPMO減少幾乎接近92%－從大約是95,000降到大約是7,900，大部分的DPMO的減少是歸因於平均值的移動，集中在目標值9單位。





圖六 柏拉圖之標準化影響

### 利用S/N比以創造進一步的獲得

可以確定的是這一改善方式相當顯著，無論如何，因為所觀察的零部件變異仍然比製程的公差還要寬廣，但仍存在著一個機會以進一步減少不符合性零部件的百分比。可能存在著一個較佳的因子設定的選擇，其不是可以獲得具有較小變異且有相同的平均值，就是可以獲得具有顯著的較小變異且接近相同的平均值？

為了開始解答此一重要的問題，圖七展示一個表其中使用數個DoE因子的組合，根據平均值的DoE數學模型以計算針對這些設定的期望平均反應值；需要注意到選定的數字是接近最佳化，選擇深藍色是取決於透過純均值的優化程式反應，選擇藍色是因接近最佳化，選擇淺藍色是因在規格界線之內。想一想田口的哲學，一個審慎深思熟慮的問題之解決者將會想要知道，此一套的設定是否將產生一個平均值接近最佳化(藍色)，比那些設定在將產生一個平均值正好是在最佳化(深藍色) 有較小的變異(以及因此有較低的DPMO)。

	A	B	C	D	E	Mean
	1	-1	-1	-1	-1	5.46
	1	-1	-1	-1	1	5.86
	1	1	-1	-1	-1	6.02
	1	1	-1	-1	1	6.42
	1	-1	-1	1	-1	6.96
	-1	-1	-1	-1	-1	7.31
	1	-1	-1	1	1	7.38
	1	1	-1	1	-1	7.54
	-1	-1	-1	-1	1	7.71
	-1	1	-1	-1	-1	7.87
	1	1	-1	1	1	7.94
	-1	1	-1	-1	1	8.27
	-1	-1	-1	1	-1	8.82
	-1	1	-1	1	0	9.02
	-1	-1	-1	1	1	9.23
	-1	1	-1	1	-1	9.39
	-1	1	-1	1	1	9.79
	0	0	0	0	0	10.8
	0	0	0	0	0	10.8
	1	-1	1	-1	-1	11.82
	1	-1	1	-1	1	12.22

圖七 柏拉圖之標準化影響

持續解答該問題，現在利用S/N比做為反應以分析DoE，當嘗試著將該DoE之標準差建立模型，注意到中心點是顯著的表示那個反應是非線性的。

在這個交叉點，從業人員確實有一個選擇以增加大約是14個鏈到DoE以獲得中央合成設計並使用一個平均值和標準差之多重反應最佳化；然而這樣將增加DoE的成本和時間—兩者可能都無法承擔，因此，從業人員選擇採用S/N比，其提供一個可行的替代方案以共同分析平均值和標準差，即使當平均值和標準差的反應並非是線性的。

當分析S/N比時，線上之圖2顯示柏拉圖的效應和反應優化程式的結果，也提供殘差和Y值的分析圖，以說明解釋，變異數分析的假設並未違反S/N比的分析。

雖然S/N比的模型是比純均值還要複雜，但最高顯著性的因子仍然是相同的；雖然也存在著顯著性的交互作用，反應最佳化圖顯示製程因子的最佳化設定為：A=-1、B=-1、C=-1、D=1、E=-1。

這個因子設定的組合是相同的，除了因子E除外，與純均值模型所計算的結果相同，E的最佳化值之交互作用與飄移，表示該因子和顯著的交互作用對反應的變異是有意義性的貢獻。

雖然S/N比的模型是比純均值還要複雜，但最高顯著性的因子仍然是相同的。

執行一個隨後的生產鏈與該設定的組合，其結果相當令人驚奇，如線上之圖3所展示的製程能力分析；利用S/N比做為反應，與純均值優化相比，該團隊小組可以實現一個85%的增量之改善。注意到雖然該鏈的平均值(8.83單位)並非是恰好是預計的目標值(9單位)，其變異是顯著地小於基線和純均值鏈，就是這驅使總DPMO較低的原因。

## 好的與壞的

雖然使用S/N比結合傳統的因子DoE有潛在的好處，但也存在著一些限制要注意。

首先，假使最佳化DoE鏈組合，並非是依據原始的DoE矩陣加以評估的鏈組合，沒有個別地模式化每一個，則沒有簡易的方式以預測反應的平均值或是標準差；然而從業人員對望目可以使用田口的替代方程式以反向計算預期的標準差。而且使用該方程式有需要一個多重反應最佳化與平均值此一額外的步驟。

第二，假使只有雜訊因子影響反應的變異數，S/N比的最佳化設定將不會不同於純均值分析的最佳化設定。

下一次一個DoE是問題解決過程的一部分，並確定要納入重複性和複製性到你的設計中，以使用S/N比將他們槓桿到他們的最大潛力；不只是製程將被集中或是接近預計的目標值，而且變異數也將是最小化以擴增在DPMO的改善。

作者：

Scott C. Sterbenz is a Six Sigma Master Black Belt at Ford Motor Co. in Dearborn, MI. He earned a master's degree in mechanical engineering from Wayne State University in Detroit. Sterbenz is a member of ASQ and the chair of Six Sigma Forum.

資料來源：Lean & Six Sigma Review, Feb. 2020.

Reprinted with permission from Lean & Six Sigma Review ©2020 ASQ, [www.asq.org](http://www.asq.org) All rights reserved. No further distribution allowed without permission.

